Jetzt könnte man mit dem neuen Begriff Aufgaben für die Handlungsebene, die ikonische Ebene und die Symbolebene geben und, wie im Kapitel „Umgang mit den drei Ebenen“ zu Beginn des Buches beschrieben, unter Einbeziehung der Sprache von der einen zur anderen Ebene in verschiedenen Richtungen wechseln.

Die Kinder können schließlich auch entdecken: An der Größe des Bruches, genauer der *Bruchzahl*, ändert sich durch das Erweitern nichts, er bekommt aber u.a. einen anderen „Namen“. Und wie immer ist es gut, diese Beobachtungen ins Gespräch zu bringen.

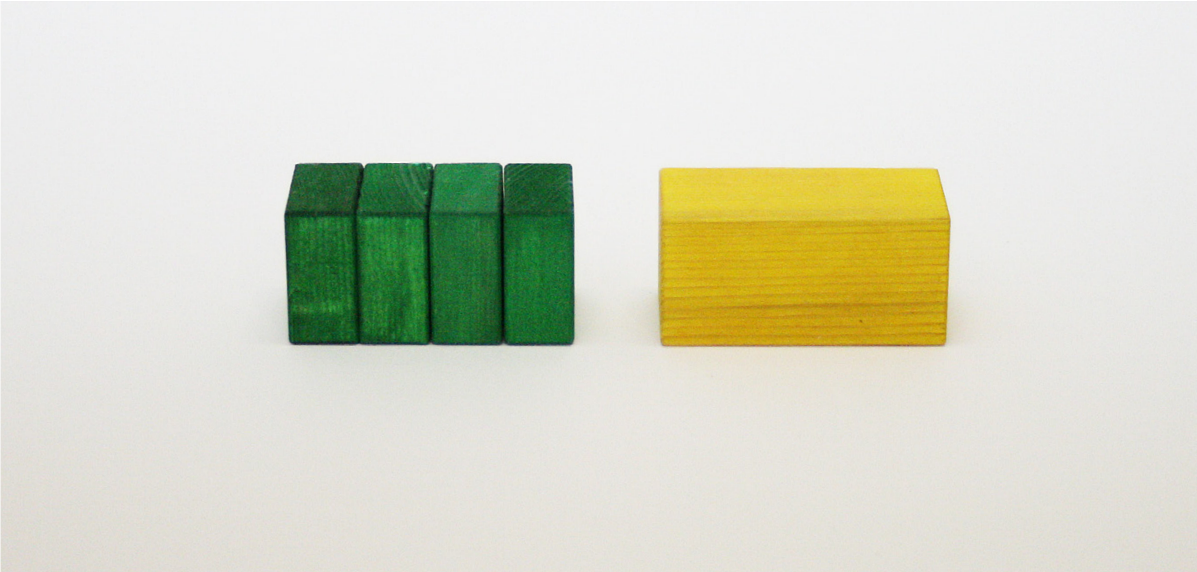
Kürzen

Beim Kürzen handelt es sich darum, dass die Zerteilung wieder rückgängig gemacht wird. Es handelt sich dabei um einen synthetischen Vorgang.

Die **Rechenregel** lautet: Brüche werden gekürzt, indem man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.

Wenn wir z.B. vier Sechzehntel kürzen, erhalten wir ein Viertel, also: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.
Anders ausgedrückt: Wir fügen die vier Sechzehntel zu einen Viertel zusammen.

Handlungsaufgabe:	Wir haben vier Sechzehntel; wenn wir diese vier Sechzehntel wieder zu einem einzigen Teil *zusammenfügen*, was erhalten wir?
Antwort:	Ich erhalte ein Viertel.
Symbolebene:	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$



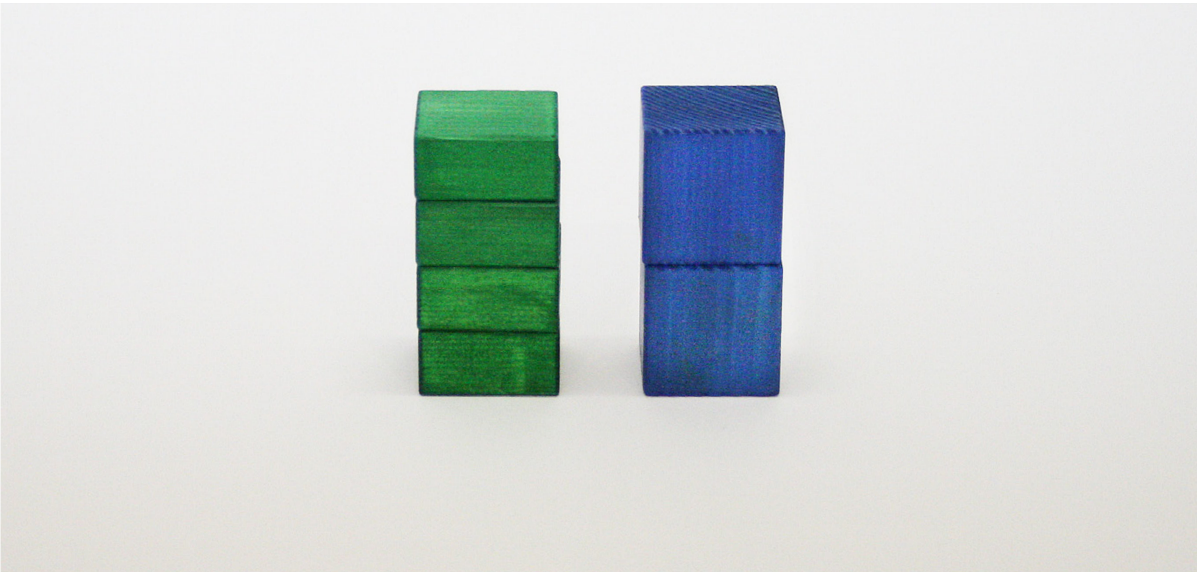
Wie aber kann verstanden werden, was „Kürze mit ...“ bedeutet?

Das soll an einem anderen Beispiel verdeutlicht werden. Die vier Sechzehntel könnten wir auch mit 2, statt – wie oben – mit 4 kürzen.

Handlungsaufgabe: Du hast vier Sechzehntel, füge immer zwei Sechzehntel zusammen, was erhältst Du?

Antwort: Ich erhalte zwei Achtel.

Symbolebene: $\frac{4}{16} = \frac{2}{8}$



Die „Kürzungszahl“ beschreibt also, wie viele Teile der vorhandenen Bruchstücke jeweils zusammengefügt werden (können), sodass am Ende kein Rest an Bruchstücken übrigbleibt. Wird mit 2 gekürzt, werden immer jeweils zwei Teile zusammengefügt, kürzt man mit 4, werden jeweils vier Teile zusammengefügt, wird mit 7 gekürzt, müssen immer jeweils sieben Teile zusammengefügt werden etc.

Wenn die Schüler mehrere solcher Aufgaben gelöst haben und sie im Heft auch mit Symbolen beschriftet haben, können sie entdecken, dass man auch das ausrechnen kann, bevor oder ohne, dass gehandelt wird.

Auch macht es Sinn, das Wort „kürzen“ statt des aufwendigen „füge zusammen“ zu verwenden. In unserem ersten Beispiel haben wir vier Bruchstücke zusammengefügt. Daher haben wir mit 4 gekürzt. Im zweiten Beispiel haben wir mit 2 gekürzt und immer zwei Bruchstücke zusammengefügt. Wenn wir 24 Bruchstücke hätten und sagen: „Kürze mit 3“, müssten wir immer 3 Bruchstücke zusammenfügen usw.

Beim Kürzen gilt das Gleiche wie beim Erweitern: An der Größe der Brüche, also der *Bruchzahl*, ändert sich durch das Kürzen nichts, wir fügen ja nur das Vorhandene zusammen, dadurch haben wir weniger Bruchstücke als vorher.

Da die Bruchstücke aber größer geworden sind, muss die Zahl im Nenner folgerichtig kleiner werden. Der Sinn des Kürzens ist, dass wir es dadurch im Zähler *und* im Nenner mit kleineren Zahlen zu tun haben und uns dies das Rechnen mit Brüchen deutlich erleichtern kann.

Hier gilt, wie bereits zu Beginn beschrieben: Am schönsten und sinnvollsten ist es, dass man die Kinder zur Beobachtung anregt und sie dann ihre Entdeckungen durch ein geführtes Unterrichtsgespräch, durch entsprechende Frage- bzw. Aufgabenstellungen, selbst machen lässt. Was entdeckt werden soll und was man sich für später aufheben möchte, liegt dabei im Ermessen der Lehrerin.

Besonderheiten beim Kürzen

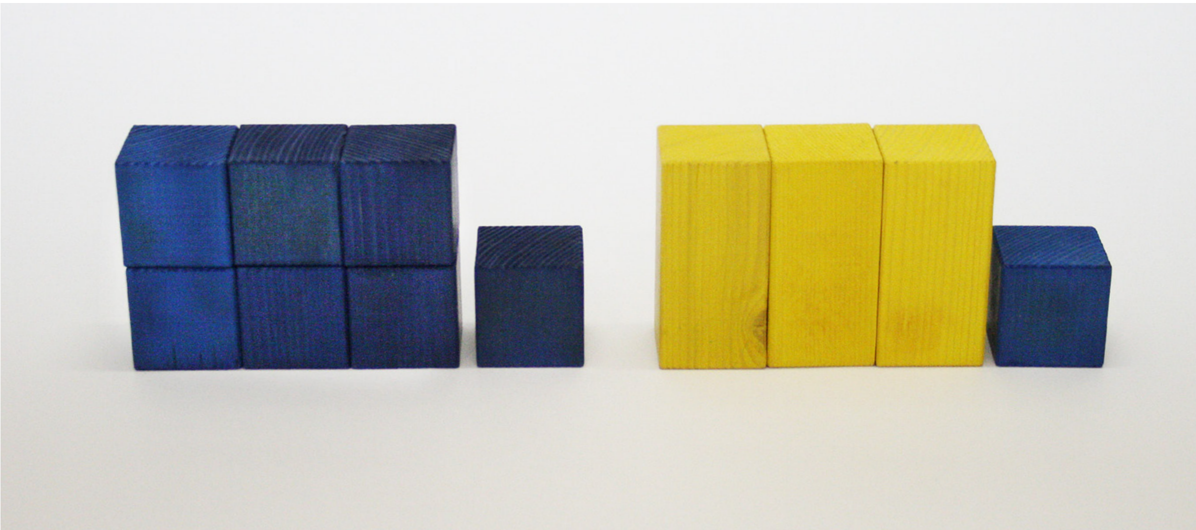
Brüche können mit jeder beliebigen Zahl erweitert, aber nicht gekürzt werden.

Die Schüler könnten diesen Sachverhalt dadurch entdecken, dass sie selbst Brüche finden sollen, die man kürzen kann. Dabei werden sie sicherlich auch auf Brüche stoßen, die nicht zu kürzen sind. Wir können aber auch durch gezielte Fragestellungen zu dieser Erkenntnis führen.

Handlungsaufgabe: Du hast sieben Achtel, kürze sie mit 2. (Die Kinder wissen inzwischen, dass „kürze mit 2“ bedeutet: Ich muss immer zwei Bruchstücke zusammenfügen.)

Antwort: Ich erhalte drei Viertel und ein Achtel.

Symbolebene: $\frac{7}{8} = \frac{3}{4} + \frac{1}{8}$



Wir sehen: Wir können zwar sechs der Achtel immer zu zweit zusammenfügen, am Ende bleibt aber eines übrig. Also kann ich nicht mit 2 kürzen, denn ich habe am Ende nicht *einen* Bruch. In diesem Fall lässt sich der Nenner zwar ohne Rest durch 2 teilen, der Zähler jedoch nicht.

Drehen wir die Aufgabe um und würden acht Siebtel mit 2 kürzen, dann erhielten wir zwar vier statt der acht Bruchstücke, aber diese würden Dreieinhalbtel bzw. 3,5 *heißen*. Einen Bruch im Zähler oder Nenner wollen wir aber zunächst vermeiden, Dezimalzahlen wurden noch nicht eingeführt.